INSTITUCION EDUCATIVA DEPARTAMENTAL MONSEÑOR AGUSTIN GUTIERREZ
FÓMEQUE - CUNDINAMARCA
ÁREA DE MATEMÁTICAS
GRADO OCTAVO
2023

<table>
<tr><td>ASIGNATURA</td><td>Matemáticas</td><td>GRADO</td><td>Octavo</td><td>GUIA</td><td>02</td></tr>
<tr><td>DOCENTE</td><td colspan="3">Aída Ximena Flórez Bonilla
Nilton César Rivero López</td><td>PERIODO</td><td>Segundo</td></tr>
<tr><td>TIEMPO</td><td>9 semanas</td><td>INICIO</td><td>17/Abril/2023</td><td>TERMINACIÓN</td><td>23/Junio/2023</td></tr>
<tr><td>UNIDAD TEMATICA</td><td colspan="5">EXPRESIONES ALGEBRAICAS</td></tr>
<tr><td>EJE TEMÁTICO</td><td colspan="5">OPERACIONES CON EXPRESIONES ALGEBRAICAS</td></tr>
<tr><td>TEMAS CLAVES</td><td colspan="5">Elementos y clasificación de expresiones algebraicas. Valor Numérico de una expresión algebraica. Reducción de Términos Semejantes. Adición, Sustracción, Producto y Cociente con Expresiones Algebraicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="2">COMPETENCIA</td><td colspan="5">Competencia General: Conozco y resuelvo las diferentes operaciones con expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td colspan="5">Competencia Específica:
Conozco las expresiones algebraicas, su clasificación y diferentes formas de encontrarlas.
Resuelvo las diferentes operaciones con expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">DESEMPEÑOS</td><td>PARA APRENDER</td><td colspan="4">Reconoce y comprende los fundamentos básicos de las expresiones algebraicas
Conoce las operaciones (+, -, *, /) en las expresiones algebraicas.</td></tr>
<tr><td>PARA HACER</td><td colspan="4">Clasifica monomios, binomios, trinomios y polinomios, identificando su grado y hallando su valor numérico.
Aplica los diferentes algoritmos utilizados en las operaciones de expresiones algebraicas (+, -, *, /).</td></tr>
<tr><td>PARA SER</td><td colspan="4">Acepta y aplica las indicaciones dadas en el desarrollo de las temáticas</td></tr>
<tr><td>PARA CONVIVIR</td><td colspan="4">Actúa con disposición para realizar el trabajo propuesto dentro y fuera del aula.</td></tr>
</table>

1. ADICIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS (POLINOMIOS)

Adición de polinomios

Para sumar polinomios, se suman entre si los monomios semejantes, es reducir términos semejantes, es decir, se suman los coeficientes de los monomios semejantes y se deja la misma parte literal. Si los monomios no son semejantes, la suma se deja indicada.

Los polinomios se pueden adicionar como se explica a continuación:

En forma horizontal	En forma vertical
• Se ordenan los polinomios en forma descendente o ascendente con respecto a una variable y se indica la operación a realizar. • Se agrupan en paréntesis los monomios semejantes teniendo en cuenta su signo. • Se eliminan los paréntesis y se reducen los términos semejantes	• Se ordenan los polinomios en forma descendente o ascendente con respecto a una variable. • Se escriben los polinomios uno debajo del otro, de tal forma que los términos semejantes queden en la misma columna o dirección. • Se reducen los términos semejantes y se obtiene la adición.

PARA TENER EN CUENTA: por cualquiera de los procesos que se aplique se obtiene el mismo resultado.

Ejemplo 1: Adiciona los siguientes polinomios $(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y $(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$

<table>
<tr><th>En forma horizontal</th><th>En forma vertical</th></tr>
<tr><td>
$(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y $(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$

• Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente

$=(2x^3 + 3x^2 - 6x + 4) + (4x^3 - x^2 + 5x - 1)$
• Agrupamos los monomios o términos semejantes

$=(2x^3 + 4x^3) + (3x^2 - x^2) + (-6x + 5x) + (4 - 1)$
$= \quad 6x^3 \quad + 2x^2 \quad - 1x \quad + 3$
• Reducción de términos semejantes

Respuesta
$= \quad 6x^3 + 2x^2 - x + 3$
</td><td>
$(2x^3 - 6x + 4 + 3x^2)$ y
$(5x - x^2 + 4x^3 - 1)$

• Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente
$=(2x^3 + 3x^2 - 6x + 4)$;
$(4x^3 - x^2 + 5x - 1)$

• Se escriben los polinomios uno debajo del otro

$\begin{array}{rrrrr} & 2x^3 & +3x^2 & -6x & +4 \\ + & 4x^3 & -x^2 & +5x & -1 \\ \hline & 6x^3 & +2x^2 & -x & +3 \end{array}$
</td></tr>
</table>

Ejemplo 2

Al adicionar el polinomio $-4y^2 + x^2 + 8xy$ y el polinomio $5xy + 6y^2 + 3 + 9x^2$, se puede proceder de las siguientes maneras:

En forma horizontal	En forma vertical
$(-4y^2 + x^2 + 8xy\ )$ y $(5xy + 6y^2\ + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $=(x^2 + 8xy - 4y^2) + (9x^2 + 5xy + 6y^2 + 3)$ • Agrupamos los monomios o términos semejantes $=(x^2 + 9x^2) + (8xy + 5xy) + (-4y^2 + 6y^2) + (3)$ $= \quad 10x^2 \quad + 13xy \quad + 2y^2 \quad + 3$ • Reducción de términos semejantes **Respuesta** $= \quad 10x^2\ + 13xy\ + 2y^2 + 3$	$(-4y^2 + x^2 + 8xy\ )$ y $(5xy + 6y^2\ + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $(x^2 + 8xy - 4y^2); (9x^2 + 5xy + 6y^2 + 3)$ • Se escriben los polinomios uno debajo del otro $\begin{array}{r} x^2 \quad + 8xy \quad - 4y^2 \quad \\ + \; 9x^2 \quad + 5xy \quad + 6y^2 + 3 \\ \hline 10x^2\ + 13xy\ + 2y^2\ + 3 \end{array}$

Ejemplo 3: Hallar la expresión algebraica que representa el perímetro figura 2

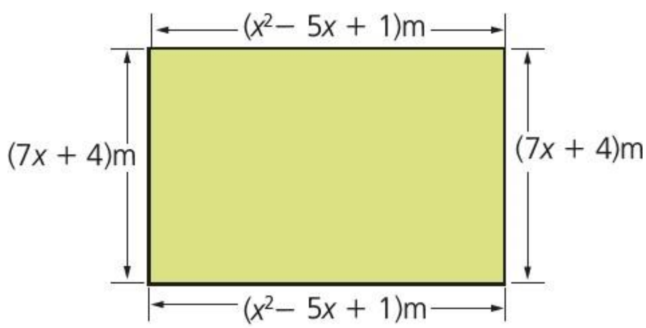


Figura 2

Se puede proceder así:

En forma horizontal	En forma vertical
$P\ = (x^2 - 5x\ + 1\ ) + (7x\ + 4) + (x^2 - 5x\ + 1\ ) +$ $(7x\ + 4)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $P\ = (x^2 - 5x\ + 1) + (7x\ + 4) + (x^2 - 5x\ + 1) + (7x\ +$ $4)$	$(-4y^2 + x^2 + 8xy\ )$ y $(5xy\ + 6y^2 + 3 + 9x^2)$ • Ordenamos los polinomios respecto a la variable en forma descendente $(P\ = (x^2 - 5x\ + 1) + (7x\ + 4) + (x^2 - 5x$ $+ 1) + (7x\ + 4)$

• Agrupamos los monomios o términos semejantes $= \underbrace{(x^2 + x^2)}_{} + \underbrace{(-5x + 7x - 5x + 7x)}_{} + \underbrace{(1 + 4 + 1 + 4)}_{}$ $= \quad 2x^2 \qquad + 4x \qquad + 10$ • Reducción de términos semejantes **Respuesta** $= \quad 2x^2 + 4x + 10$	• Se escriben los polinomios uno debajo del otro $x^2 - 5x + 1$ $+ 7x + 4$ $x^2 - 5x \qquad + 1$ $7x + 4$ $= 2x^2 + 4x + 10$

ACTIVIDAD 1

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN SER JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Adiciona los siguientes polinomios, realizando uno de los procesos explicados.

   a. $(5m^2n - 3mn + 3)\ y\ (4m^2n + 7mn)$
   b. $(24x^3y^2) + (5x^3y^2)$
   c. $(5a^2 - 7a - 9) + (-2a^2 + 15)$
   d. $(-12bc^2 - 2b^2c + 5b^3 - 8)$ y $(-6 + 7bc^2 - 5b^2c)$

2. Organiza los polinomios de forma vertical, luego determina el resultado de su suma.

   a. $(6a - 2a^2b + 9a^3) + (8a + 7a^2b - a^3)$
   b. $(14n + 5m^2n + 4m^3) + (10m^3 - 9m^2n + 6n)$
   c. $(-8xy + 3x^2y - 2x^4) + (4x^3 + 11x^2y - 7x^4 - 1)$
   d. $\left(\frac{4}{11}a - \frac{5}{3}a^2b + 16a^3\right) + \left(\frac{8}{7}a - a^2b - \frac{2}{9}a^3\right)$
   e. $(2x + 9x^2y + 3y^3) + (-y^3 - 9x^2y + 4x) + (12 - x - 7y^3)$
   f. $(2{,}5x^2 + 9{,}62x - 0{,}8) + (7{,}32x^2 + 6{,}1x + 5)$

3. La suma de dos monomios es igual a $12m^6$. ¿Cuáles son los monomios?, explica.

   a. $5m^3\ y\ 7m^3$
   b. $6x^6\ y\ 6x^6$
   c. $4m^6\ y\ 9m^6$
   d. $7m^6\ y\ m^6$

4. Completa los términos de la operación, del tal forma que la operación y respuesta se cumplan.

$$
\begin{array}{ccccccccc}
5a^2 & + & \square & + & 7b^2 & - & 30 \\
 & & 5ab & - & \square & + & \square \\
\square & + & ab & - & 36b^2 & & \\
\hline
-21a^2 & - & 8ab & + & 2b^2 & + & 15
\end{array}
$$

5. Con los siguientes polinomios.
   $P(x) = 7x^4 + 5x^3 - 8x + 4$
   $Q(x) = 3x^4 - 9x^3 + x^2 + 9$
   $R(x) = -2x^5 + 6x^4 - 11x^2 + 4x - 10$

   Realiza las siguientes operaciones.
   a. $P(x) + Q(x)$
   b. $P(x) + R(x)$
   c. $R(x) + Q(x)$
   d. $P(x) + Q(x) + R(x)$

6. Determina el polinomio que representa el perímetro de las siguientes figuras. Escribe el proceso.

a.

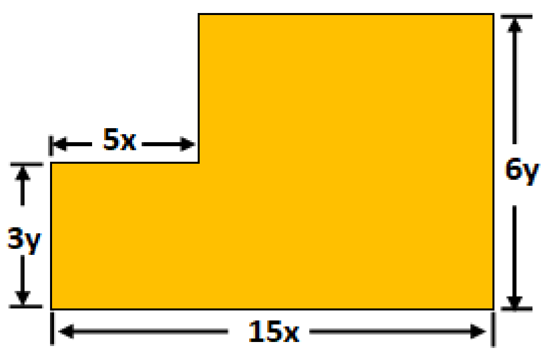


Figura 4

b.

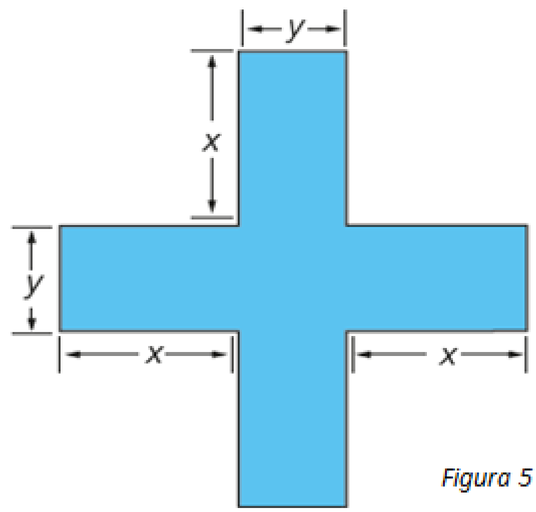


Figura 5

7. Halla dos polinomios cuya suma sea el resultado de cada uno de los siguientes polinomios:

   a. $5 + 2x + 8xy - y^2$
   b. $3a^2 + 5ab + 4b^2$

SUSTRACCIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS (POLINOMIOS)

La gran diferencia que existe con la suma, es que al polinomio negativo se le cambiarán previamente, los signos de todos sus términos del polinomio sustraendo, es decir se realizará la operación con el polinomio opuesto del sustraendo. Luego de esto, se procederá como en la suma.
Para restar polinomios, se restan entre si los monomios semejantes, es reducir términos semejantes, es decir, se restan los coeficientes de los monomios semejantes y se deja la misma parte literal. Si los monomios no son semejantes, la resta se deja indicada.
Al hacer sustracciones de polinomios se utiliza el polinomio opuesto

Ejemplo 1:
Cómo se halla el polinomio opuesto de otro polinomio?, se halla determinando o estableciendo el opuesto de los coeficientes de sus términos. Luego el opuesto del polinomio $3x^3 - 4x^2 - 6x + \frac{5}{2}$ es $-3x^3 + 4x^2 + 6x - \frac{5}{2}$ dado que los opuestos de los coeficientes $3, -4, -6, \frac{5}{2}$ son: $-3,\ 4,\ 6,\ -\frac{5}{2}$ respectivamente.

Ejemplo 2:

Sean los Polinomios:

$$P(x) = 2x^3 - 5x^2 + 10x - 7$$
$$Q(x) = x^3 - 7x^2 + 3x - 11$$

Calcular P(x) – Q(x)

Solución:

Veamos cómo se desarrolla esta diferencia de Polinomios:

$$\underbrace{2x^3 - 5x^2 + 10x - 7}_{P(x)} - \underbrace{(x^3 - 7x^2 + 3x - 11)}_{Q(x)}$$

Tengamos en cuenta: Q(x) es polinomio, observar el signo negativo a su izquierda «–». Este signo cambia todos los signos internos del polinomio Q(x).

Cambiando de signos a todos los términos de Q(x), tenemos:

$$2x^2 - 5x^2 + 10x - 7 - x^3 + 7x^2 - 3x + 11$$

Seleccionamos términos semejantes y reducimos:

$$P(x) - Q(x) = x^3 + 2x^2 + 7x + 4$$

Ejemplo 3:

Dados los siguientes polinomios:

$$P(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x - 12$$
$$Q(x) = 4x^3 + 5x - 2x^2 + 3$$
$$R(x) = -4x^2 + 1 - 6x^3 + 4x$$

Encontrar $P(x) - Q(x) - R(x)$

Solución:

Ordenamos los polinomios ya que están completos:

$$P(x) = -5x^3 - 2x^2 + 3x - 12 \qquad Q(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x + 3 \qquad R(x) = -6x^3 - 4x^2 + 4x + 1$$

Calculamos el opuesto de los últimos polinomios" los que tienen el menos (-) delante"

$$-Q(x) = -4x^3 + 2x^2 - 5x - 3 \qquad\qquad -R(x) = 6x^3 + 4x^2 - 4x - 1$$

Agrupamos y sumamos:

$$\begin{array}{rrrrr}
P(x)= & -5x^3 & -2x^2 & +3x & -12 \\
-Q(x)= & -4x^3 & +2x^2 & -5x & -3 \\
-R(x)= & 6x^3 & +4x^2 & -4x & -1 \\
\hline
P(x)+[-Q(x)]+[-R(x)]= & -3x^3 & +4x^2 & -6x & -16
\end{array}$$

Ejemplo 4:

Para restar $4y^3 + 2y^2 - y + 8$ menos $y^3 - 10y^2 + 3$ para su solución aplicamos el concepto de polinomio opuesto, y se puede proceder de las siguientes maneras:

De forma horizontal

1. Se identifica de los polinomios a operar, tanto el minuendo como el sustraendo.
   Minuendo: $(4y^3 + 2y^2 - y + 8)$ **Sustraendo:** $(y^3 - 10y^2 + 3)$
2. Se escribe el minuendo (polinomio) con su respectivo signo y, a continuación, el polinomio opuesto del sustraendo.
   $(4y^3 + 2y^2 - y + 8) - (y^3 - 10y^2 + 3)$
   $= 4y^3 + 2y^2 - y + 8 - y^3 + 10y^2 - 3$
3. Se agrupan términos semejantes, entre cada agrupación colocamos el signo + para no alterar el resultado y por último se reducen los términos semejantes.
   $\underbrace{(4y^3 - y^3)}_{3y^3} + \underbrace{(2y^2 + 10y^2)}_{+\,12y^2} + \underbrace{(-y)}_{-\,y} + \underbrace{(8 - 3)}_{+\,5}$

Respuesta $= 3y^3 + 12y^2 - y + 5$

Recordar que el coeficiente de y^3 *es* 1, siempre que en el monomio no se observe coeficiente se sobre entiende que el coeficiente es 1

De forma vertical

1. Se identifica de los polinomios a operar, tanto el minuendo como el sustraendo.
   Minuendo: $(4y^3 + 2y^2 - y + 8)$ **Sustraendo:** $(y^3 - 10y^2 + 3)$
2. Se ubican los términos minuendo(polinomio) y, debajo los términos del opuesto del polinomio sustraendo, teniendo en cuenta que cada término quede en la misma columna que su semejante, si no aparece un término semejante se rellena con cero

$$\begin{array}{rrrr}
4y^3 & +2y^2 & -y & +8 \\
-\ y^3 & +10y^2 & +0 & -3 \\
\hline
3y^3 & +12y^2 & -y & +5
\end{array}$$

ACTIVIDAD 2

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN SER JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Escribe el opuesto de cada polinomio.
   a. $6x - 4$
   b. $-2bd + 5b^2c$
   c. $6m^5n^2 - m^2n^3 - 12mn^4 + 8$
   d. $-13bc^2 - 7b^2c + 4$
   e. $-a^6b^4 - 7a^4b^3 + 9a^3b^2 - a^2b + 8a - 3$

2. Resuelve las siguientes sustracciones, realizando uno de los procesos explicados.

   a. $7a^2b^3 \quad y \quad -3x^2y^3$
   b. $(9m^3 - 4m) \quad \text{y} \quad (16m^3 + m)$
   c. $(5x^2 + 9x - 4) - (2x^2 - 3x - 16)$
   d. $(5x - 11 + 4xy^2) - (-8 + 3xy^2)$
   e. $(14n + 5m^2n + 4m^3) - (10m^3 - 9m^2n + 6n) - (-7m^3 + 2n - 5)$
   f. $\left(\frac{16}{3}n + 5m^2n + \frac{1}{2}m^3\right) - (\frac{5}{4}m^3 - \frac{9}{7}m^2n + \frac{11}{6}n)$
   g. $(6{,}3x^2 + 3{,}62x - 0{,}4) - (5{,}82x^2 + 6{,}1x + 7)$

3. Realiza estas operaciones, Justifica realizando el proceso.

   a. De $5x^2y^3$, restar $3x^2y^3$
   b. Restar $-14m^4n^3$, de $6m^4n^3$
   c. De la suma de $9x^2 + 5x - 6$ con $7x - 3x^2 - 4$, restar $8 - 3x + x^2$

4. ¿Cuánto debes restar a $7m^2 - 6m + 8$ para obtener como resultado (diferencia) $3m^2 - 5m - 2$?

5. Resta la suma de $9n^2 - 7n - 2$ y $4n^2 - 3n + 9$ de $20n^2 + n - 6$.

6. Efectúa las siguientes operaciones, escribe el proceso de solución.

   a. $(15y - 3) + (2y - 6) - (y + 5)$

   b. $(7k + 8) - (12k - 1) - (-3k + 2)$

   c. $(10x^2 - 3x^2y - 2) - 5x^2 - (-8x^2 + 4)$

MULTIPLICACIÓN O PRODUCTO DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

La multiplicación de dos expresiones algebraicas es otra expresión algebraica, en otras palabras, es una operación matemática que consiste en obtener un resultado llamado producto a partir de dos factores algebraicos llamado multiplicando y multiplicador

Para estudiar la multiplicación de polinomios, se analizará cada uno de los posibles casos entre expresiones algebraicas:

- ***Multiplicación de monomios:***

La multiplicación entre monomios es muy sencilla:

- Primero multiplicamos los coeficientes de cada monomio
- Luego multiplicamos la parte literal, esto es, las variables según las leyes de los exponentes (Producto de potencias de igual base)
- Aplicamos la ley distributiva.
- Por último, aplicamos finalmente las leyes de los signos.

Ejemplo 1:

- Multiplicar $3x^2$ y $4x^4$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(3x^2)(4x^4) &= (3\cdot 4)(x^2\cdot x^4)\\ &= (12)(x^{2+5})\\ &= 12x^7\end{aligned}$$

- Multiplicar $-2y^3$ y $3y^4$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(-2y^3)(3y^4) &= (-2\cdot 3)(y^3\cdot y^4)\\ &= (-6)(y^{3+4})\\ &= -6y^7\end{aligned}$$

- Multiplicar $5xy^2$ y $3x^2y$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(5xy^2)(3x^2y) &= (5\cdot 3)(xy^2\cdot x^2y)\\ &= (15)(x^{1+2}y^{2+1})\\ &= 15x^3y^3\end{aligned}$$

- Multiplicar $-3a^2$ y a^2.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(-3a^2)(a^2) &= (-3\cdot 1)(a^2\cdot a^2)\\ &= (-3)(a^{2+2})\\ &= -3a^4\end{aligned}$$

- Multiplicar a, $-3a^2b$ y $-ab^3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(a)(-3a^2b)(-ab^3) &= (1\cdot -3\cdot -1)(a\cdot a^2b\cdot ab^3)\\ &= (3)(a^{1+2+1}b^{1+3})\\ &= 3a^4b^4\end{aligned}$$

Ejemplo 2

Observa el producto de la siguiente multiplicación de monomios.

$-2x^3y * 3x^2y^3 = -6x^5y^4$

Proceso

$- * + = -$ → Regla de la multiplicación de signos.

$2 * 3 = 6$ → Multiplicación de coeficientes.

$x^3 * x^2 = x^{3+2} = x^5$ → Propiedad de la potencias de bases iguales.

$y * y^3 = y^{1+3} = y^4$ → Propiedad de la potencias de bases iguales.

Cada uno de estos resultados conforma el resultado final.

- ***Multiplicación de un monomio por un polinomio:***

Para realizar la multiplicación de un monomio por un polinomio, aplicaremos la ley distributiva, esto es, se multiplica el monomio a cada término del polinomio, luego, realizar el proceso de multiplicación entre monomios.

Este tipo de multiplicación tiene la siguiente forma donde a, $a(b+c)=ab+ac$, b y c son monomios.

Ejemplo 2:

- Multiplicar $4x$ y $x+2$.

  Solución:

  $$4x(x+2)=\underbrace{4x\cdot x}_{\text{Multiplicación de monomios}}+\underbrace{4x\cdot 2}_{\text{Multiplicación de monomios}}$$
  $$=4x^2+2x$$

- Multiplicar $2x$ y $x+1$.

  Solución:

  $$2x(x+1)=\underbrace{2x\cdot x}_{\text{Multiplicación de monomios}}+\underbrace{2x\cdot 1}_{\text{Multiplicación de monomios}}$$
  $$=2x^2+2x$$

- Multiplicar $5xy$ y x^2y+xy.

  Solución:

  $$5xy(x^2y+xy)=\underbrace{5xy\cdot x^2}_{\text{Multiplicación de monomios}}+\underbrace{5xy\cdot xy}_{\text{Multiplicación de monomios}}$$
  $$=5x^3y^2+5x^2y^2$$

- Multiplicar $4x^2$ y x^3-2.

  Solución:

  $$4x^2(x^3-2)=\underbrace{4x^2\cdot x^3}_{\text{Multiplicación de monomios}}+\underbrace{4x^2\cdot(-2)}_{\text{Multiplicación de monomios}}$$
  $$=4x^5-8x^2$$

- Multiplicar $-2x^2y^3$ y $x^3y^6+x^4y^3$.

  Solución:

  $$-2x^2y^3(x^3y^6+x^4y^3)=\underbrace{-2x^2y^3\cdot x^3y^6}_{\text{Multiplicación de monomios}}+\underbrace{-2x^2y^3\cdot x^4y^3}_{\text{Multiplicación de monomios}}$$
  $$=-2x^5y^9-2x^6y^6$$

- ***Multiplicación entre polinomios:***

Para saber cómo resolver la multiplicación entre polinomios, tan solo debemos tener en cuenta la propiedad distributiva, la ley se signos y las leyes de la potenciación.

La forma más básica o reducida de la multiplicación entre dos polinomios es de la forma:

$$(a+b)(c+d)=ac+bc+ad+bd,$$

esto es, la multiplicación entre dos binomios, su prueba es muy sencilla, es tan solo aplicando la propiedad distributiva. Veamos, la propiedad nos dice que:

$$x(y+z)=xy+xz,$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(x+2)(x+3)&=x\cdot x+x\cdot 3+2\cdot x+2\cdot 3\\&=x^2+3x+2x+6\\&=x^2+5x+6\end{aligned}$$

Significa que la variable de color rojo x multiplica a cada termino de la suma del factor $x+3$ y el numero de color azul 2 multiplica igualmente a los mismos términos del factor $x+3$, el resultado final es x^2+5x+6.

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos multiplicar polinomios en forma horizontal o vertical.

- **Forma Horizontal:**

Ejemplo:

1. Multiplicar: $(x-3)(x+4)$

   Solución:

$$\begin{aligned}(x-3)(x+4)&=x\cdot x+x\cdot 4+(-3)\cdot x+(-3)\cdot 4\\&=x^2+4x+(-3x)+(-12)\\&=x^2+4x-3x-12\\&=x^2+x-12\end{aligned}$$

2. Multiplicar: $(x+3)(x^2+2x+1)$

   Solución:

$$\begin{aligned}(x+3)(x^2+2x+1)&=x\cdot x^2+x\cdot 2x+x\cdot 1+3\cdot x^2+3\cdot 2x+3\cdot 1\\&=x^3+2x^2+x+3x^2+6x+3\\&=x^3+5x^2+7x+3\end{aligned}$$

Ejemplo

Realiza la multplicación de un polinomio por un polinomio $(3x^2y - 2xy + 3y)(\ xy + 2y)$

Primer proceso

$(3x^2y)(xy) = 3x^3y^2$

$(-2xy)(xy) = -2x^2y^2$

$(3y)(xy) = 3xy^2$

son términos semejantes, dado que tienen igual parte literal

$(3x^2y)(2y) = 6x^2y^2$

$(-2x^3y^2 + 6x^3y^2) = 4x^2y^2$

$(-2xy)(2y) = -4xy^2$

$(3xy^2 - 4xy^2) = -xy^2$

$(3y)(2y) = 6y^2$

Teniendo los resultados de las multiplicaciones, verificamos si de esos resultados hay términos semejantes y se reduce esos términos para obtener el polinomio de la respuesta.

Respuesta

$3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + \ 6y^2$

- **Forma Vertical:**

Este es un método clásico donde los factores de multiplican colocando el desarrollo verticalmente y no de manera horizontal o lineal.

Ejemplo:

Multiplicar los siguientes polinomios en forma vertical: $(3x^2y - 2xy + 3y)(\ xy + 2y)$

Solución:

Como podemos observar en la imagen, se ordenan los polinomios y se ubican uno encima de otro, y se procede a realizar la multiplicación termino a término, ubicando los resultados debajo de su semejante, para finalmente proceder a sumarlos.

Observa cada uno de los pasos para multiplicar.

$$
\begin{array}{rl}
3x^2y - 2xy + 3y & \\
xy + 2y & \\
\hline
3x^3y^2 - 2x^2y^2 + 3xy^2 & \longrightarrow \text{Se multiplica por } xy \\
6x^2y^2 - 4xy^2 + 6y^2 & \longrightarrow \text{Se multiplica por } 2y \\
\hline
3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2 & \longrightarrow \text{Se adiciona}
\end{array}
$$

$3x^3y^2 + 4x^2y^2 - xy^2 + 6y^2$ por cualquiera de los dos procesos aplicado se obtiene el igual resultado.

ACTIVIDAD 3

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Daniel fue de compras al supermercado, compró dos kilos de tomates y tres kilos de arvejas.


   a. ¿Cuál es la expresión algebraica (polinomio) que representa de forma adecuada el anterior enunciado?
   b. Teniendo en cuenta que el kilo de tomate tenía un precio de 1900 pesos y el kilo de arveja 5200 pesos, ¿Cuánto gasto Daniel por la compra? Realiza el proceso de como obtendrías este resultado

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones entre monomios, debe realizar el proceso de solución.
   a. $(4k^4j)(-14k^6)$
   b. $(-x^5y^2)(-8x^2y^5)$
   c. $(15ab^7)(6a^3b^2c^4)$
   d. $(m^3)(12m^2n^3)(-8mn^2p^3)$

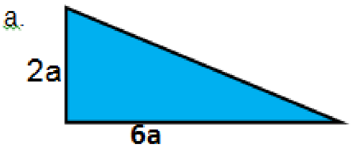
3. Resuelve las siguientes operaciones. Debe realizar el proceso de solución.
   a. $(5k^4j)(-12k^5 + 2K)$
   b. $(-8x^5y^2)(-7x^3y^3 - 3xy + 6)$
   c. $(8c - 11ab^6)(9a^2b^3c^4)$
   d. $(2m^3 + 7mp^3 - 10p)(-4mn^3p^5)$

4. Al multiplicar un monomio por un trinomio se obtiene como resultado el polinomio $15x^2y^4 - 20x^3y^5 + 5x^4y^3$, si el monomio es $5x^2y^3$, determina ¿Cuál es el trinomio? Explica el proceso para determinar el trinomio.

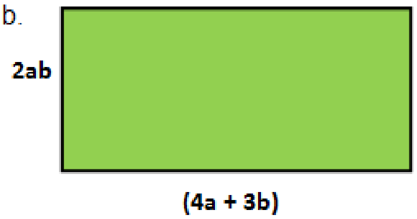
5. Al multiplicar dos binomios, se obtiene como resultado el polinomio $-12a^3b^2 + 18a^2b - 4a^2b^3 + 6ab^2$, si uno de los binomio es $(6 - 4ab)$, determina ¿Cuál es el otro binomio. Explica el proceso que realizaste para obtener el otro binomio.

6. Relaciona cada figura con el polinomio que representa su área, justifica cada relación.

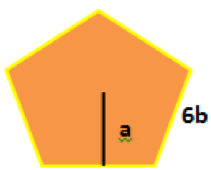
a.



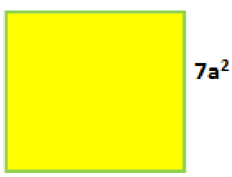
b.



c.



d.



$49a^4$

$10b^2$

$6a^2$

$8a^2b + 6ab^2$

$6ab + 5ab$

$25a^2$

$15ab$

7. Indica si el resultado de las siguientes operaciones es correcto (C) o incorrecto (I) explica la razón de tu respuesta.

   a. $(8x - 6)(2x) = 16x^2 - 12x$ ( )
   b. $y^2(2y + 3) = 2y^3 + 3y$ ( )
   c. $(4x - x^2)(5 - 2x) = 20x^2 - 8x$ ( )
   d. $(3x + 1)(3x - 1) = 9x^2 - 1$ ( )
   e. $(x + 2)(x + 2) = x^2 - 4$ ( )

8. El lado de un lote rectangular se representa con el polinomio $(x^2 - 3x + 2)metros$ y el otro lado, con el polinomio $(4x - 8)metros$, A partir de esta información, determina realizando el proceso:
   a. El polinomio que representa el área del lote.
   b. El área del lote si x = 4 metros.

9. Identifica el error que se cometió en las multiplicaciones. Justifica tu respuesta

a.

$$
\begin{array}{r}
5x^2 + 6x - 4 \\
3x - 2 \\
\hline
-10x^2 - 12x + 8 \\
15x^3 + 18x^2 + 12x \\
\hline
15x^3 + 8x^2 + 0x + 8
\end{array}
$$

b.

$$
\begin{array}{r}
3x^3 \qquad - 8x + 4 \\
2x^2 + 5x - 1 \\
\hline
-3x^3 \qquad + 8x - 4 \\
15x^4 \qquad - 40x^2 + 20x \\
6x^5 \qquad - 16x^3 + 8x^2 \\
\hline
6x^5 + 15x^4 - 13x^3 - 32x^2 + 28x - 4
\end{array}
$$

10. El lado de un cubo se representa con el polinomio $2y - 4$, determina realizando el proceso
    a. El polinomio que representa el volumen del cubo
    b. El volumen del cubo si y = 5 metros

11. Completar de tal forma que se cumpla la multiplicación

$$
\begin{array}{r}
3a^2 + \square - 5 \\
\text{X} \qquad \square - 3 \\
\hline
\square - 6a + \square \\
12a^3 + \square - \square \\
\hline
\end{array}
$$

PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son algunos productos entre polinomios, con ciertas regularidades que permiten formular reglas para calcularlos sin aplicar el algoritmo de la multiplicación.

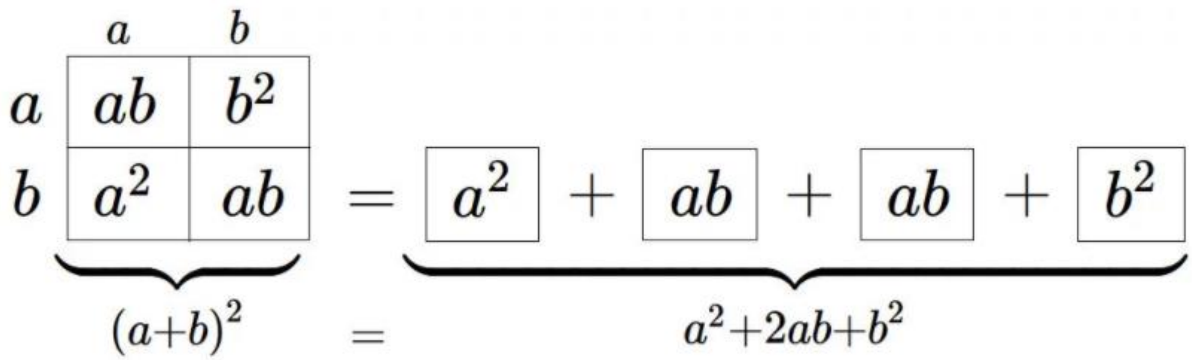
Si a y b son dos expresiones algebraicas, entonces se cumplen las siguientes identidades:

Cuadrado de un binomio

El cuadrado de un binomio es equivalente al cuadrado del primer término, mas (o menos, según la operación entre los términos) el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.

CUADRADO DE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS	CUADRADO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

El cuadrado de la suma de dos términos puede representarse como el área de un cuadrado de lado $x + y$, tal cual se puede observar en la imagen:



Ejemplo:

- Resolver $(m + 2)^2$.

  Solución:
  $$\begin{aligned}(m+2)^2 &= m^2 + 2mn + 2^2 \\ &= m^2 + 2mn + 4\end{aligned}$$

- Resolver $(2x + 3y)^2$.

  Solución:
  $$\begin{aligned}(2x+3y)^2 &= (2x)^2 + 2(2x)(3y) + (3y)^2 \\ &= 4x^2 + 12xy + 9y^2\end{aligned}$$

- Resolver $(x^n + y^n)^2$.

  Solución:
  $$\begin{aligned}(x^n+y^n)^2 &= (x^n)^2 + 2(x^n)(y^n) + (y^n)^2 \\ &= x^{2n} + 2x^n y^n + y^{2n}\end{aligned}$$

- Resolver $(m - 3)^2$.

  Solución
  $$\begin{aligned}(m-3)^2 &= m^2 - 2(m)(3) + 3^2 \\ &= m^2 - 6m + 9\end{aligned}$$

- ***Producto de la suma por la diferencia de dos términos***

El producto de la suma por la diferencia de dos términos es equivalente a la diferencia entre el cuadrado del primer término y el cuadrado del segundo término:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Ejemplo:

- $(m+n)(m-n) = m^2 - n^2$
- $(x+a)(x-a) = x^2 - a^2$
- $(x-1)(x+1) = x^2 - 1^2 = x^2 - 1$
- $(x-2)(x+2) = x^2 - 2^2 = x^2 - 4$
- $(n^2+m^2)(n^2 - m^2) = (n^2)^2 - (m^2)^2 = n^4 - m^4$
- $(m^{20}+n^{40})(m^{20} - n^{40}) = (m^{20})^2 - (n^{40})^2 = m^{40} - n^{80}$
- $(2x+3y)(2x - 3y) = (2x)^2 - (3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$
- $(5x - 7y)(5x+7y) = (5x)^2 - (7y)^2 = 25x^2 - 49y^2$

- ***Producto de la forma*** $(x + a)(x + b)$ ***(Con un término común)***

El producto de la forma $(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{a})(\boldsymbol{x} + \boldsymbol{b})$ es equivalente al cuadrado del término común, más el producto de dicho termino por la suma de los no comunes, más el producto de los términos no comunes.

Ejemplo:

- Multiplicar $x - 5$ y $x + 7$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x-5)(x+7) &= x^2 + x(-5+7) + (-5)(7)\\ &= x^2 + 2x - 35\end{aligned}$$

- Multiplicación $x - 2$ y $x - 3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x-2)(x-3) &= x^2 + x(-2-3) + (-2)(-3)\\ &= x^2 - 5x + 6\end{aligned}$$

- Multiplicación $a + 2$ y $a + 10$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(a+2)(a+10) &= a^2 + a(2+10) + 2 \cdot 10\\ &= a^2 + 12a + 20\end{aligned}$$

- Multiplicar $m - 5$ y $m - 6$.

  Solución:

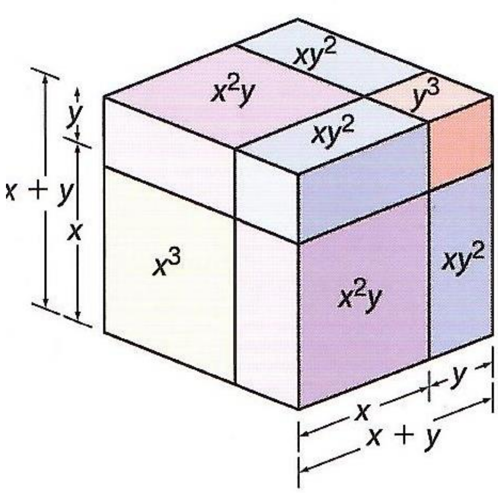
  $$\begin{aligned}(m-5)(m-6) &= m^2 + m(-5-6) + (-5)(-6)\\ &= m^2 - 11m + 30\end{aligned}$$

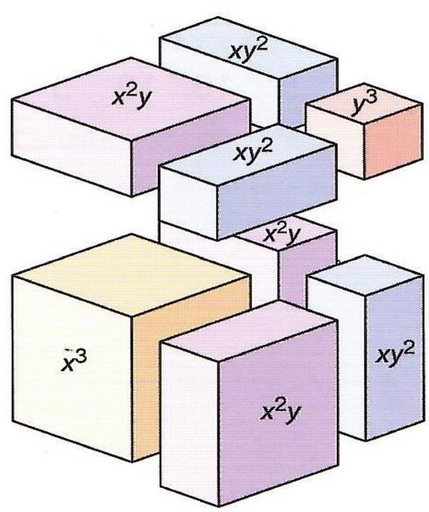
- ***Cubo de un binomio***

El cubo de un binomio es equivalente al cubo del primer término, mas (o menos según corresponda la operación) el triple producto del cuadrado del primer término por el segundo, más el triple producto del primer término por el cuadrado del segundo término, (más o menos) el cubo del segundo término.

CUBO DE LA SUMA DE DOS TÉRMINOS	CUBO DE LA DIFERENCIA DE DOS TÉRMINOS
$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

El cubo de un binomio corresponde al volumen de un cubo de arista $x + y$, según se observa en la imagen:





Tomado del libro vamos a aprender matemáticas 8, MEN, 2017

Ejemplo:

- Resolver $(2x+3y)^3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(2x+3y)^3 &= (2x)^3+3(2x)^2(3y)+3(2x)(3y)^2+(2x)^3\\ &= 4x^3+3(4x^2)(3y)+3(2x)(9y^2)+8y^3\\ &= 4x^3+36x^2y+54xy^2+8y^3\end{aligned}$$

- Resolver $(x+2y)^3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(x+2y)^3 &= x^3+3(x)^2(2y)+3(x)(2y)^2+(2y)^3\\ &= x^3+6x^2y+12xy^2+8y^3\end{aligned}$$

- Resolver $(2n-3m)^3$.

  Solución:

  $$\begin{aligned}(2n-3m)^3 &= (2n)^3-3(2n)^2(2m)+3(2n)(2m)^2-(2m)^3\\ &= 8n^3-3(4n^2)(3m)+3(2n)(9m^2)-9m^3\\ &= 8n^3-36n^2m+54nm^2-9m^3\end{aligned}$$

ACTIVIDAD 4

NOTA: TODAS LAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS DEBEN VENIR JUSTIFICADAS CON LAS RESPECTIVAS OPERACIONES, PROCEDIMIENTOS O PROCESOS.

1. Calcula el cuadrado de cada binomio, debe realizar el proceso de solución.

   a. $(5+n)^2$
   b. $(3x-2y)^2$
   c. $(a+12)^2$
   d. $(k-j)(k+j)$
   e. $(2x+y)(2x-y)$
   f. $(6C+11)(6C-11)$
   g. $(x+4)(x+2)$
   h. $(b-9)(b+5)$
   i. $(a+4)^3$
   j. $(C-8)^3$
   k. $(2k+10)^3$

2. Escribe en cada caso, las expresiones desconocidas en cada igualdad.

   a. $(4x-y)^2 = \boxed{} - 8xy + y^2$
   b. $(5a+2b)^2 = 25\boxed{} + \boxed{} + 4b^2$
   c. $(-6+2x)^3 = -216 + \boxed{} - 72\boxed{} + \boxed{}$
   d. $(d+10)(d+\boxed{}) = \boxed{} + 17d + \boxed{}$

3. Explica el error o los errores que se cometieron en el desarrollo de cada producto notable, justifica porque es un error.

   a. $(1+4a)^3$
   $= 1+3a+48a^2+16a^3$

b. $(3x + 2)(3x + 6)$

$= (3x)^2 + 3x(2 + 6) + (6 + 2)$
$= 6x^2 + 3x(12) + 12$
$= 6x^2 + 15x + 12$
$= 33x^3$

4. Un apartaestudio de forma cuadrada mide **2x+3y** de lado, como muestra en la figura 7. ¿Cuál es área total del apartaestudio?

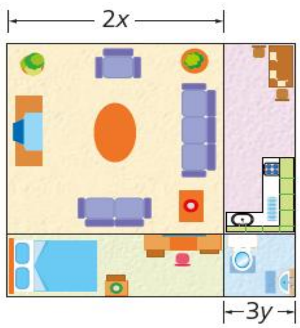


Figura 7

5. Para cada una de las siguientes figuras obtén una expresión algebraica simplificada, aplicando la teoría de los productos notables. Realizar proceso de solución

a.

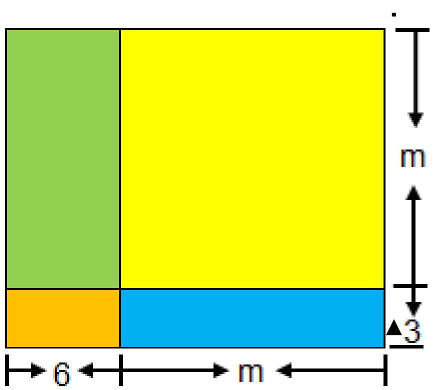


Figura 8

b.

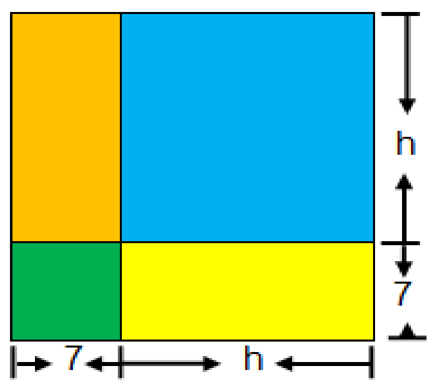


Figura 9

3. FASE DE SALIDA

4. BIBLIOGRAFIA/ WEBGRAFIA: (PARA CONSULTA Y REFERENCIA)

Castro Miguez, L y otros (2012). *Zoom a las Matemáticas 8.* Bogotá, Colombia. Editorial Libros y Libros S.A.
Álvarez, D. y otros (2012). Proyecto Se Matemáticas 8. Bogotá, Colombia. Ediciones SM S.A.
https://cienciamatematica.com/algebra/polinomios/operaciones-con-polinomios
https://cienciamatematica.com/algebra/polinomios/suma-de-polinomios
https://wikimat.es/polinomios/resta/

https://ciencias-basicas.com/matematica/elemental/operaciones- algebraicas/multiplicacion-algebraica/
https://ciencias-basicas.com/matematica/elemental/operaciones-algebraicas/productos-notables/
https://ciencias-basicas.com/matematica/elemental/operaciones-algebraicas/5-division-algebraica/

Videos de Apoyo:

SEMANA 1	***https://www.youtube.com/watch?v=Yng9FbUK2MY*** ***https://www.youtube.com/watch?v=MJpCcvTVlTY*** ***https://www.youtube.com/watch?v=lP0pTas24r0***
SEMANA 2	https://www.youtube.com/watch?v=VbkK0Zqb_40 https://www.youtube.com/watch?v=GvuuwGbRqXA https://www.youtube.com/watch?v=LMgffq0Z70o
SEMANA 3	https://www.youtube.com/watch?v=epsasFCsJ9A https://www.youtube.com/watch?v=z916IWJ4RE8 https://www.youtube.com/watch?v=6-1NJt3-lTg https://www.youtube.com/watch?v=uykMCi8pcUk
SEMANA 4	https://www.youtube.com/watch?v=TsBWIp2-1fg
SEMANA 5, 6 y 7	https://www.youtube.com/watch?v=Mu2IeTNa5ys https://www.youtube.com/watch?v=udNePIkZt6E https://www.youtube.com/watch?v=PxycywivGUQ https://www.youtube.com/watch?v=gpBEUnFBhGc